interprétation graphique:

$(\mathcal{C}_f)$ admet une demi-tangente horizontale au point d'abscisse 1.

3) f est dérivable sur]-∞,1 [et $f'(x) = \sqrt{1-x} + (x-1).(\frac{-1}{2\sqrt{1-x}})$

$f'(x) = \sqrt{1-x} + (\frac{\sqrt{1-x}}{2}) = \frac{3}{2}\sqrt{1-x} \geq 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

x	-∞		1
$f'(x)$		+	
$f(x)$	-∞	↗	0

EXERCICE№17

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

1) la fonction $x \longmapsto x+1$ est dérivable et strictement positive sur IR_+

D'où f est dérivable sur IR_+

$f'(x) = \frac{-1}{2(\sqrt{x+1})^3}$ et $|f'(x)| = \frac{1}{2(\sqrt{x+1})^3}$

$x \geq 0 \implies x+1 \geq 1 \implies \sqrt{x+1} \geq 1 \implies (\sqrt{x+1})^3 \geq 1$

$\implies 2(\sqrt{x+1})^3 \geq 2 \implies \frac{1}{2(\sqrt{x+1})^3} \leq \frac{1}{2}$ d'où : $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

2) f est dérivable sur [0,+∞ [et $|f'(t)| \leq \frac{1}{2}$ pour tout $t \in IR_+$

D'après le théorème des inégalités des accroissements finis

$|f(x) - f(0)| \leq \frac{1}{2}|x-0| \implies |f(x)-1| \leq \frac{1}{2}x$

$\implies -\frac{1}{2}x \leq f(x) - 1 \leq \frac{1}{2}x \implies 1 - \frac{1}{2}x \leq f(x) \leq \frac{1}{2}x + 1$

D'où : $1 - \frac{x}{2} \leq \frac{1}{\sqrt{1+x}} \leq \frac{x}{2} + 1$

3) $1 - \frac{10^{-11}}{2} \leq \frac{1}{\sqrt{1+10^{-11}}} \leq \frac{10^{-11}}{2} + 1$

EXERCICE№18

$f(x) = x^3 - x$

1) f est dérivable sur IR et $f'(x) = 3x^2 - 1$

x	-∞		$\frac{-1}{\sqrt{3}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		+∞
$f'(x)$	+		0	-	0	+	
$f(x)$	-∞	↗	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	↘	$\frac{-2}{3\sqrt{3}}$	↗	+∞

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn